

# Introduction aux nombres complexes

Patrick Hoffmann

Modifié le 30/04/2017

RESUME. Introduction élémentaire sur les nombres complexes.

|                                                                      |    |
|----------------------------------------------------------------------|----|
| Introduction aux nombres complexes .....                             | 1  |
| 1. Historique sommaire sur les nombres complexes.....                | 2  |
| 2. Plan de Gauss des complexes .....                                 | 3  |
| 3. Formules d'Euler .....                                            | 4  |
| 4. Addition des nombres complexes .....                              | 5  |
| 5. Produits des nombres complexes .....                              | 6  |
| 6. Puissances entières d'un nombre complexe - Formule de Moivre..... | 8  |
| 7. Conjugaison et quotient des nombres complexes .....               | 9  |
| 8. Racines d'un nombre complexes.....                                | 10 |

## 1. Historique sommaire sur les nombres complexes

Depuis les origines, seuls les nombres entiers positifs étaient seuls considérés.

Vers 1700 av. JC, une tablette babylonienne donne la valeur de la diagonale du carré (nombre irrationnel) avec une erreur relative de  $4 \times 10^{-7}$ .

Vers 1650 av. JC, le papyrus de Rhind en Egypte, utilise des nombres rationnels (fractions égyptiennes) et donne la valeur de  $\pi$  au dixième près.

Au VI<sup>ème</sup> siècle av. JC, on attribue à Hippase de Métaponte en Italie, l'étude du nombre  $\sqrt{2}$  et sa qualité d'irrationnelle.

Au II<sup>ème</sup> siècle, les mathématiciens d'Alexandrie rejettent les radicaux négatifs : Héron pour un calcul approché remplace l'expression  $\sqrt{81-144}$  par  $\sqrt{144-81}$  et Diophante rejette l'équation :  $336x^2 + 24 = 172x$  car une solution fait apparaître la quantité  $\sqrt{1,849-2,016}$ .

Au VII<sup>ème</sup> siècle, Brahmagupta de Bhinmal en Inde, introduit le zéro, les nombres négatifs et la règle des signes. Il donne la solution générale algébrique des équations du premier degré. Puis il fournit aussi la méthode générale pour la résolution algébrique dans le cas des solutions réelles de l'équation de second degré.

Au IX<sup>ème</sup> siècle, Mahavira de Bihar en Inde affirme : "un nombre négatif ne peut être un carré".

Au XI<sup>ème</sup> siècle, Alhazen (Al Haytham) au Caire : détermine graphiquement les solutions réelles des équations du 3<sup>ème</sup> et 4<sup>ème</sup> degré.

Au XVI<sup>ème</sup> siècle en Italie, de nombreux mathématiciens recherchent des solutions algébriques des équations de degrés supérieurs... Finalement Cardano fait remarquer que l'équation  $x(10-x) = 40$  est vérifiée par les deux expressions :  $5 + \sqrt{-15}$  et  $5 - \sqrt{-15}$ , en traitant les radicaux de nombre négatif comme des nombres ordinaires dans les calculs algébriques :

$$x(10-x) = (5 + \sqrt{-15})(10 - 5 - \sqrt{-15}) = (5 + \sqrt{-15})(5 - \sqrt{-15}) = 25 - (\sqrt{-15})^2 = 25 - (-15) = 40$$

$$x(10-x) = (5 - \sqrt{-15})(10 - 5 + \sqrt{-15}) = (5 - \sqrt{-15})(5 + \sqrt{-15}) = 25 - (\sqrt{-15})^2 = 25 - (-15) = 40$$

L'équation du second degré admet alors deux solutions dites "impossibles" !...

Puis en 1572 Bombelli détermine et publie les trois solutions réelles de l'équation  $x^3 = 15x + 4$ , en utilisant comme intermédiaire de calcul deux nombres "impossibles". En effet la première solution obtenue est :  $x_1 = (2 + \sqrt{-1}) + (2 - \sqrt{-1}) = 4$ . La division de l'équation  $x^3 = 15x + 4$  par  $(x - 4)$  permet de terminer la résolution complète.

Au XVII<sup>ème</sup> siècle en France, pour Girard : une équation de degré  $n$  admet  $n$  solutions en y incluant les solutions dites "impossibles" ; et Descartes accepte d'utiliser comme intermédiaires les racines carrées des nombres négatifs, qu'il baptise alors "imaginaires".

Au XVIII<sup>ème</sup> siècle, Euler de Bâle, propose le symbole :  $i$  pour exprimer le nombre "imaginaire" :  $i \stackrel{\text{def}}{=} \sqrt{-1}$ .

Au XIX<sup>ème</sup> siècle, Gauss de Göttingen, désigne par nombres complexes les termes qualifiés précédemment comme "impossibles" et synthétise les travaux de plusieurs contemporains (Wessel, Argand...) pour représenter les nombres complexes sur un plan, nommé depuis "plan de Gauss".

## 2. Plan de Gauss des complexes

Les nombres complexes sont représentés sur un plan. Les nombres réels ( $x \in \mathbb{R}$ ), sont portés par l'axe horizontal. Les nombres imaginaires purs ( $i y \in \mathbb{I}$ ,  $y \in \mathbb{R}$ ), sont représentés par l'axe vertical. L'unité est la même sur chacun des axes :  $|i| = 1$ .

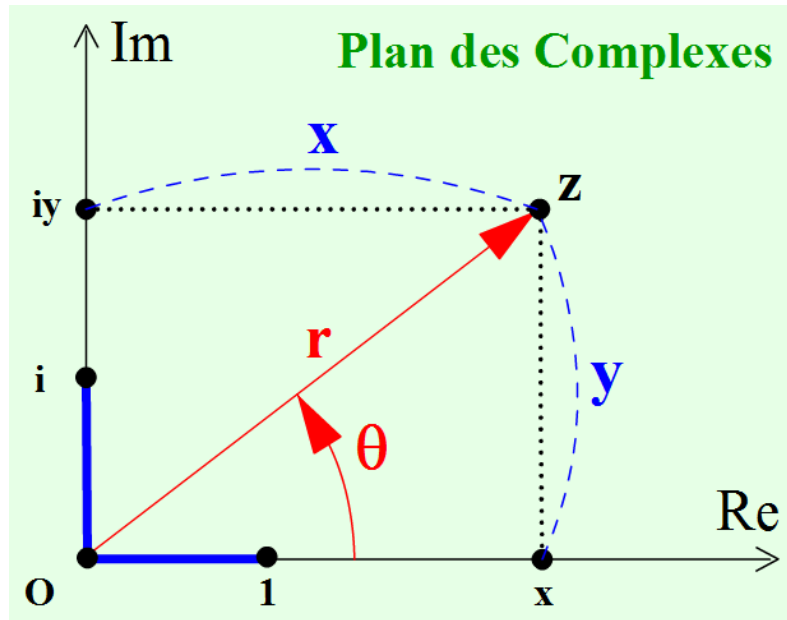


Figure 1 - Plan de Gauss : coordonnées cartésiennes et polaires de  $z$

L'affixe d'un point noir du plan est un nombre complexe  $z$ . Une affixe est constituée d'une partie réelle et d'une partie imaginaire. Les nombres  $x$  et  $i y$  sont les coordonnées cartésiennes de  $z$  :

$$z = x + i y \quad (1)$$

Le nombre complexe  $z$  est aussi exprimable en coordonnées polaires :

$$z = r (\cos \theta + i \sin \theta) \quad (2)$$

Où le nombre  $r$  est le module de  $z$  et  $\theta$  la valeur principale de l'argument :

$$r = |z| \stackrel{\text{def}}{=} \sqrt{x^2 + y^2} \quad (3)$$

$$\arg z \stackrel{\text{def}}{=} \theta + 2 k \pi \quad , \quad k \in \mathbb{Z} \quad (4)$$

Où l'angle  $\theta$  tel que :  $\tan(\theta) = \frac{y}{x} \Leftrightarrow \theta = \text{Arctan}\left(\frac{y}{x}\right)$ , ou encore celui entre l'axe des réels  $\overrightarrow{O \text{ Re}}$  et le vecteur  $\overrightarrow{Oz}$ . Tant que  $\arg z$  n'est pas divisé, la partie indéterminée peut être omise et l'argument se limite à l'expression :  $\arg z = \theta$ . Pour  $z = 0$ ,  $\arg z$  et  $\theta$  sont indéterminés.

Notons que :  $x$ ,  $y$ ,  $r$  et  $\theta$  sont des nombres réels représentant des longueurs ou des angles.

### 3. Formules d'Euler

Les nombres  $x, k \in \mathbb{R}$ , la fonction exponentielle  $f(x) = e^{kx}$  doit vérifier par définition, l'équation différentielle et la condition suivantes :

$$f' = k f \quad \text{et} \quad f(0) = 1 \quad (5)$$

La variable  $\theta \in \mathbb{R}$ , la fonction à valeur complexe  $g(\theta) \stackrel{\text{def}}{=} \cos \theta + i \sin \theta$ , devient par dérivation :

$$g'(\theta) = -\sin \theta + i \cos \theta \quad (6)$$

En multipliant  $g(\theta)$  par  $i$ , il vient:

$$i g(\theta) = i \cos \theta + i^2 \sin \theta = i \cos \theta - \sin \theta \quad (7)$$

$$\Rightarrow$$

$$g'(\theta) = i g(\theta) \quad (8)$$

Comme par ailleurs :

$$g(0) = \cos 0 + i \sin 0 = 1 \quad (9)$$

La fonction  $g(\theta)$  vérifie les conditions (5) à condition de considérer que  $k = i \in \mathbb{I}$ , la variable restant réelle :  $\theta \in \mathbb{R}$ . On peut alors écrire avec Euler :

$$\boxed{e^{i\theta} = \cos \theta + i \sin \theta} \quad (10)$$

$$\Rightarrow$$

$$\boxed{e^{-i\theta} = \cos \theta - i \sin \theta} \quad (11)$$

Ce résultat est confirmé en confrontant les développements en série de Taylor des fonctions :

$$\sin \theta, \cos \theta, e^{\theta} \text{ et } e^{i\theta}$$

En combinant (10) et (11), on obtient :

$$\boxed{\cos \theta = \frac{e^{i\theta} + e^{-i\theta}}{2}} \quad (12)$$

et :

$$\boxed{\sin \theta = \frac{e^{i\theta} - e^{-i\theta}}{2i}} \quad (13)$$

Avec (2), un nombre complexe  $z$  peut s'écrire indifféremment sous les différentes formes :

$$\boxed{z = x + i y = r (\cos \theta + i \sin \theta) = r e^{i\theta}} \quad (14)$$

où on rappelle que :

$$r = |z| = \sqrt{x^2 + y^2} \quad \text{et} \quad \theta = \arg z = \text{Arctan}\left(\frac{y}{x}\right) \quad (15)$$

#### 4. Addition des nombres complexes

Soient deux nombre complexes :  $z_1 = a + i b$  et  $z_2 = c + i d$ , leur somme  $z = z_1 + z_2$  devient :  $z = z_1 + z_2 = a + i b + c + i d$

$$z = (a + c) + i (b + d) \quad (16)$$

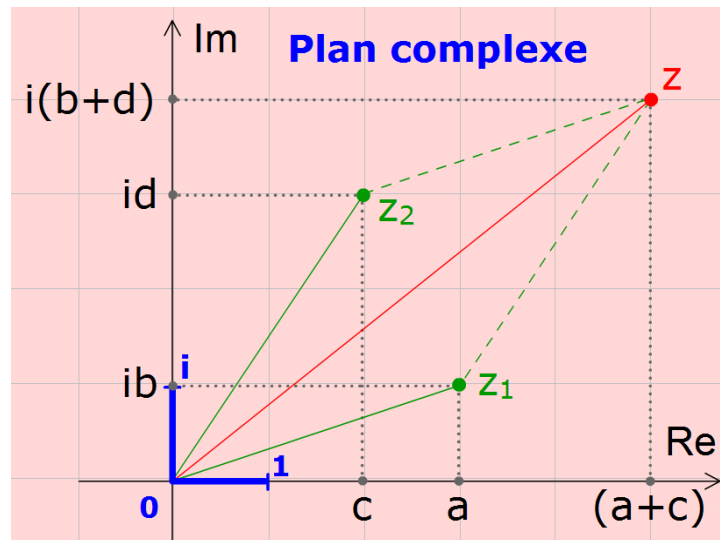


Figure 2 - Addition de deux nombres complexes :  $z = z_1 + z_2$

L'addition des nombres complexes est analogue à la somme des vecteurs. Si on additionne deux nombres complexes unitaires :  $u, v \in \mathbb{C} / |u| = |v| = 1$ , les formes exponentielles sont mieux adaptées :  $u = e^{i\theta}$  et  $v = e^{i\omega}$ . Pour la somme :

$$u + v = e^{i\theta} + e^{i\omega} \quad (17)$$

Factorisons par l'angle de moitié  $\frac{\theta + \omega}{2}$  :

$$u + v = e^{i \frac{\theta + \omega}{2}} \left( e^{i \frac{\theta - \omega}{2}} + e^{i \frac{\omega - \theta}{2}} \right) = 2 e^{i \frac{\theta + \omega}{2}} \left( \frac{e^{i \frac{\theta - \omega}{2}} + e^{i \frac{\omega - \theta}{2}}}{2} \right) \quad (18)$$

La parenthèse est réduite avec la formule (12) d'Euler :  $\cos \sigma = \frac{e^{i\sigma} + e^{-i\sigma}}{2}$

$$u + v = \boxed{e^{i\theta} + e^{i\omega} = 2 \cos\left(\frac{\theta - \omega}{2}\right) e^{i \frac{\theta + \omega}{2}}} \quad (19)$$

Il vient de même avec (13) :

$$u - v = \boxed{e^{i\theta} - e^{i\omega} = 2 i \sin\left(\frac{\theta - \omega}{2}\right) e^{i \frac{\theta + \omega}{2}}} \quad (20)$$

Comme  $e^{i0} = 1$ , notons également les deux relations :

$$\boxed{1 + e^{i\theta} = 2 \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) e^{i \frac{\theta}{2}}} \quad \text{et} \quad \boxed{1 - e^{i\theta} = 2 i \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) e^{i \frac{\theta}{2}}} \quad (21)$$

## 5. Produits des nombres complexes

Soit deux nombre complexes :  $z_1 = a + i b$  et  $z_2 = c + i d$ , leur produit  $z = z_1 z_2$  s'écrit :

$$z = z_1 z_2 = (a + i b) (c + i d) = a c + i b c + i a d + i^2 b d \quad (22)$$

$$\boxed{z = a c - b d + i(b c + a d)} \quad (23)$$

Le produit des normes de ces nombres donne :

$$|z_1|^2 = |a + i b|^2, \quad |z_2|^2 = |c + i d|^2 \quad (24)$$

$$|z_1|^2 = a^2 + b^2, \quad |z_2|^2 = c^2 + d^2 \quad (25)$$

$$|z|^2 = |(a c - b d) + i(b c + a d)|^2 \quad (26)$$

$$= (a^2 c^2 - 2 a c b d + b^2 d^2) + (b^2 c^2 + 2 a c b d + a^2 d^2) \quad (27)$$

$$= a^2 c^2 + b^2 d^2 + b^2 c^2 + a^2 d^2 \quad (28)$$

$$= a^2 (c^2 + d^2) + b^2 (d^2 + c^2) \quad (29)$$

$$= (a^2 + b^2)(c^2 + d^2) \quad (30)$$

$$|z|^2 = |z_1 z_2|^2 = |z_1|^2 |z_2|^2 \quad (31)$$

$$\boxed{|z| = |z_1 z_2| = |z_1| |z_2|} \quad (32)$$

Rappelons les relations trigonométriques suivantes :

$$\sin (a \pm b) = \sin a \cos b \pm \sin b \cos a \quad (33)$$

$$\cos (a \pm b) = \cos a \cos b \mp \sin a \sin b \quad (34)$$

Les formes polaires de  $z_1$  et  $z_2$  s'écrivent :

$$z_1 = |z_1| (\cos \theta_1 + i \sin \theta_1), \quad z_2 = |z_2| (\cos \theta_2 + i \sin \theta_2) \quad (35)$$

Leur produit devient :

$$z = z_1 z_2 = |z_1| |z_2| (\cos \theta_1 + i \sin \theta_1) (\cos \theta_2 + i \sin \theta_2) \quad (36)$$

$$z_1 z_2 = |z_1| |z_2| ((\cos \theta_1 \cos \theta_2 - \sin \theta_1 \sin \theta_2) + i (\sin \theta_1 \cos \theta_2 + \cos \theta_1 \sin \theta_2))$$

$$z = z_1 z_2 = |z_1| |z_2| \left( \cos(\theta_1 + \theta_2) + i \sin(\theta_1 + \theta_2) \right) \quad (37)$$

Avec les formes exponentielles :

$$z_1 = |z_1| e^{i\theta_1} \quad \text{et} \quad z_2 = |z_2| e^{i\theta_2} \quad (38)$$

$$z = z_1 z_2 = |z_1| |z_2| e^{i\theta_1} e^{i\theta_2} \quad (39)$$

$$z = z_1 z_2 = |z_1| |z_2| e^{i(\theta_1 + \theta_2)} \quad (40)$$

D'où :

$$|z| = |z_1 z_2| = |z_1| |z_2| \quad (41)$$

$$\theta = \arg(z_1 z_2) = \arg(z_1) + \arg(z_2) = \theta_1 + \theta_2 \quad (42)$$

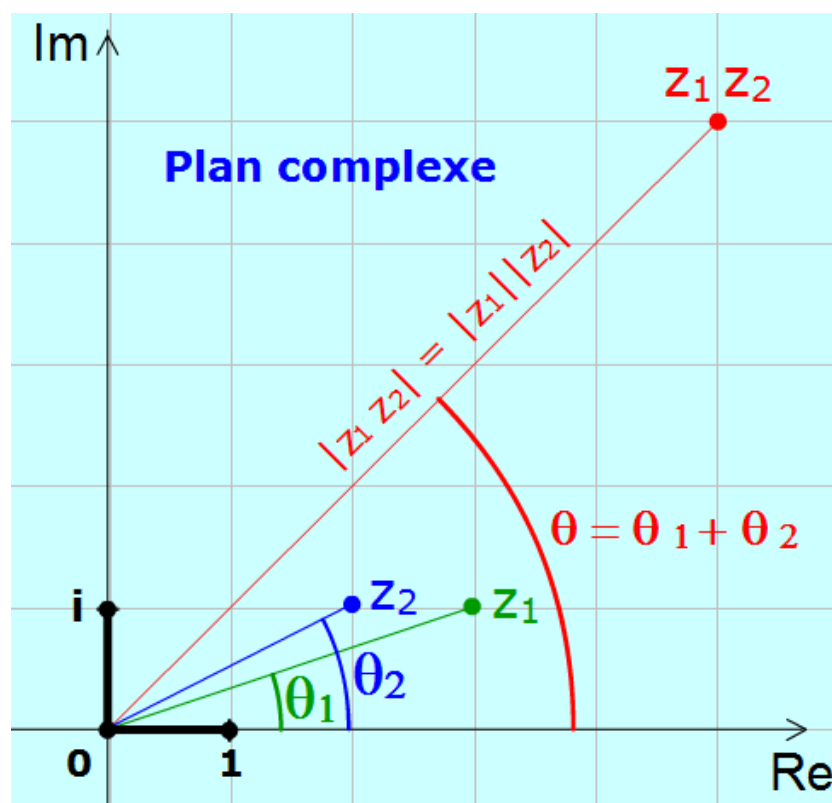


Figure 3 – Produit de deux nombres complexes :  $z = z_1 z_2$

Remarquons qu'en faisant le produit de deux nombres complexes :  $z = z_1 z_2$ , la norme du produit est le produit des normes :  $|z| = |z_1| |z_2|$  alors que l'argument du produit est la somme des arguments de :  $\theta = \theta_1 + \theta_2$ .

## 6. Puissances entières d'un nombre complexe - Formule de Moivre

Pour  $n \in \mathbb{Z}$  :

$$z^n = [r (\cos \theta + i \sin \theta)]^n = (r e^{i\theta})^n \quad (43)$$

Mais :

$$(r e^{i\theta})^n = r^n e^{in\theta} = r^n (\cos n\theta + i \sin n\theta) \quad (44)$$

$$\Rightarrow$$

$$\boxed{z^n = [r (\cos \theta + i \sin \theta)]^n = r^n (\cos n\theta + i \sin n\theta)} \quad (45)$$

Cette formule attribuée à Moivre a sans doute été préalablement découverte par Euler. Elle est fort utile pour linéariser les fonctions trigonométriques avec :

$$\boxed{(\cos \theta + i \sin \theta)^n = \cos n\theta + i \sin n\theta} \quad (46)$$

Car en développant le premier terme par la formule du binôme de Newton :

$$\boxed{(\alpha + \beta)^n = \sum_k C_n^k \alpha^{n-k} \beta^k} \quad (47)$$

Où les coefficients du binôme  $C_n^k$  sont :

$$C_n^k \stackrel{\text{def}}{=} \frac{n!}{k!(n-k)!} = C_n^{n-k} \quad (48)$$

En appliquant (47) à (46), il vient :

$$(\cos \theta + i \sin \theta)^n = \sum_{0 \leq 2k \leq n} C_n^{2k} (\cos \theta)^{n-2k} (i \sin \theta)^{2k} \quad (49)$$

En séparant parties réelles et imaginaires, on en tire :

$$\cos n\theta = \sum_{0 \leq 2k \leq n} C_n^{2k} (-1)^k (\cos \theta)^{n-2k} (\sin \theta)^{2k} \quad (50)$$

$$\sin n\theta = \sum_{0 \leq 2k+1 \leq n} C_n^{2k+1} (-1)^k (\cos \theta)^{n-(2k+1)} (\sin \theta)^{2k+1} \quad (51)$$

Le rapport de (51) sur (50) conduit à l'expression similaire pour les tangentes :

$$\tan n\theta = \frac{\sum_{0 \leq 2k+1 \leq n} C_n^{2k+1} (-1)^k (\tan \theta)^{2k+1}}{\sum_{0 \leq 2k \leq n} C_n^{2k} (-1)^k (\tan \theta)^{2k}} \quad (52)$$

L'introduction des nombres complexes simplifie considérablement les calculs trigonométriques, par exemple :

$$\cos 7\theta = \cos^7 \theta - 21 \cos^5 \theta \sin^2 \theta + 35 \cos^3 \theta \sin^4 \theta - 7 \cos \theta \sin^6 \theta \quad (53)$$



## 7. Conjugaison et quotient des nombres complexes

Pour un nombre complexe :

$$z = x + i y = r (\cos \theta + i \sin \theta) = r e^{i\theta} \quad (54)$$

son nombre complexe "conjugué"  $\bar{z}$  obéit par définition aux relations :

$$\boxed{|\bar{z}| = |z| = r} \quad \text{et} \quad \boxed{\arg \bar{z} = -\arg z = -\theta} \quad (55)$$

$$\boxed{\operatorname{Re}(\bar{z}) = \operatorname{Re}(z) = x} \quad \text{et} \quad \boxed{\operatorname{Im}(\bar{z}) = -\operatorname{Im}(z) = -y} \quad (56)$$

On déduit en particulier les relations :

$$\boxed{\bar{z} = x - i y = r (\cos \theta - i \sin \theta) = r e^{-i\theta}} \quad (57)$$

$$z + \bar{z} = 2x \quad \text{et} \quad z \bar{z} = |z|^2 = r^2 \quad (58)$$

Pour exprimer le quotient  $z = \frac{a + i b}{c + i d} = \frac{r e^{i\theta}}{\rho e^{i\omega}} = \frac{r (\cos \theta + i \sin \theta)}{\rho (\cos \omega + i \sin \omega)}$  sous la forme :

$z = \operatorname{Re}(z) + i \operatorname{Im}(z)$ , on multiplie le numérateur et le dénominateur par le conjugué du dénominateur :

$$z = \frac{a + i b}{c + i d} \frac{c - i d}{c - i d} = \frac{(a + i b)(c - i d)}{c^2 + d^2} = \frac{a c + b d + i b c - i a d}{c^2 + d^2} \quad (59)$$

$$z = \frac{a c + b d}{c^2 + d^2} + i \frac{b c - a d}{c^2 + d^2} \Rightarrow \quad (60)$$

$$\boxed{z = \frac{a + i b}{c + i d} \Rightarrow \operatorname{Re}(z) = \frac{a c + b d}{c^2 + d^2} \quad \text{et} \quad \operatorname{Im}(z) = \frac{b c - a d}{c^2 + d^2}} \quad (61)$$

Avec les formes exponentielles et trigonométriques :

$$\boxed{z = \frac{r e^{i\theta}}{\rho e^{i\omega}} = \frac{r}{\rho} e^{i(\theta - \omega)}} \quad (62)$$

$$\boxed{z = \frac{r (\cos \theta + i \sin \theta)}{\rho (\cos \omega + i \sin \omega)} = \frac{r}{\rho} (\cos (\theta - \omega) + i \sin (\theta - \omega))} \quad (63)$$

Dans le cas de la fonction inverse  $\frac{1}{z}$ , pour  $z = x + i y = r e^{i\theta}$

il vient :

$$\frac{1}{z} = \frac{1}{x + i y} = \frac{1}{x + i y} \frac{x - i y}{x - i y} = \frac{x - i y}{x^2 + y^2} \quad (64)$$

$$\boxed{\frac{1}{z} = \frac{\bar{z}}{|z|^2} = \frac{e^{-i\theta}}{r}} \quad (65)$$

## 8. Racines d'un nombre complexes

Pour un nombre  $z = r e^{i\theta}$ , cherchons le nombre  $w$  tel que :

$$w^n = z = r e^{i\theta}, \quad n \in \mathbb{N}^* \quad (66)$$

En posant :

$$w = \rho e^{i\omega} \quad (67)$$

Il vient :

$$w^n = \rho^n e^{in\omega} = z = r e^{i\theta} \quad (68)$$

D'où l'on tire :

$$\begin{cases} \rho^n = r > 0 & \Rightarrow \boxed{\rho = \sqrt[n]{r}, \quad n \in \mathbb{N}^*} \\ n\omega = \theta + 2k\pi & \Rightarrow \boxed{\omega = \frac{\theta}{n} + k \frac{2\pi}{n}, \quad n \in \mathbb{N}^*, k \in \mathbb{Z}} \end{cases} \quad (69)$$

Un nombre complexe  $z$  non nul admet  $n$  nombres complexes dont la puissance  $n^{\text{ième}}$  est égale à  $z$ . Leurs images sont les sommets d'un polygone de  $n$  côtés centré sur l'origine des coordonnées du plan de Gauss. Ces nombres sont appelés racines  $n^{\text{ième}}$  de  $z$ . Par exemple les racine  $5^{\text{ième}}$  de  $z = -1$  :

$$\begin{cases} z = -1 & \Rightarrow r = 1 \Rightarrow \boxed{\rho = 1} \\ 5\omega = \theta + 2k\pi & \Rightarrow \boxed{\omega = \frac{\theta}{5} + k \frac{2\pi}{5}, \quad k \in \mathbb{Z}} \end{cases} \quad (70)$$

Les images des racines ( $w_1, w_2, w_3, w_4, w_5$ ) sont positionnées sur un cercle unitaire ( $\rho = 1$ ), avec pour arguments :

$$\omega_1 = \frac{\pi}{5}, \quad \omega_2 = \frac{3\pi}{5}, \quad \omega_3 = \pi, \quad \omega_4 = \frac{7\pi}{5}, \quad \omega_5 = \frac{9\pi}{5} \quad (71)$$

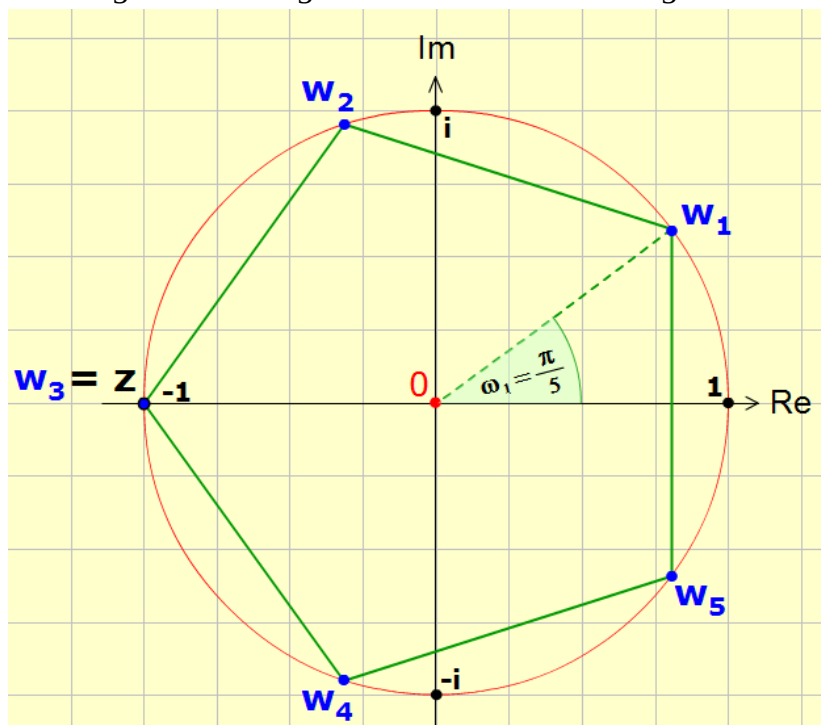


Figure 4 – Les 5 racines  $5^{\text{ième}}$  de  $z = -1$

Pour une racine carrée les images des deux racines sont symétriques par rapport à l'origine du plan de Gauss. A titre d'exemple déterminons les racines carrées du nombre :

$$z = 3 + 4i = r e^{i\theta} \quad (72)$$

Il est évident que  $r = |z| = 5$ . En cherchant :

$$w = \sqrt[2]{z} = \sqrt[2]{r} e^{i \frac{\theta}{2}} = \rho e^{i \omega} \quad (73)$$

$$\Rightarrow |w| = \sqrt[2]{|z|} = \rho = \sqrt[2]{5}, \quad \omega_1 = \frac{\theta}{2}, \quad \omega_2 = \frac{\theta}{2} + \pi \quad (74)$$

Pour déterminer les composantes des racines de  $z$ , posons :

$$w = a + ib \Rightarrow \quad (75)$$

$$w^2 = (a + ib)^2 = z = 3 + 4i \quad (76)$$

$$a^2 - b^2 + 2ab i = 3 + 4i \Rightarrow \quad (77)$$

$$\begin{cases} a^2 - b^2 = 3 \\ 2ab = 4 \end{cases} \Rightarrow b = \frac{2}{a} \Rightarrow a^2 - \frac{4}{a^2} = 3 \quad (78)$$

Posons  $A = a^2 \Rightarrow A > 0$  et  $a = \pm \sqrt[2]{A} \Rightarrow$

$$A^2 - 3A - 4 = 0 \quad (79)$$

$$A = \frac{3 \pm \sqrt{9+16}}{2} = \frac{3 \pm 5}{2} = \begin{cases} A = \cancel{1} \text{ car } A > 0 \\ A = 4 \Rightarrow a = \pm \sqrt{A} = \pm 2 \end{cases} \quad (80)$$

$$\begin{aligned} a = 2 &\Rightarrow b = 1 \Rightarrow w_1 = 2 + i \\ a = -2 &\Rightarrow b = -1 \Rightarrow w_2 = -2 - i \end{aligned} \quad (81)$$

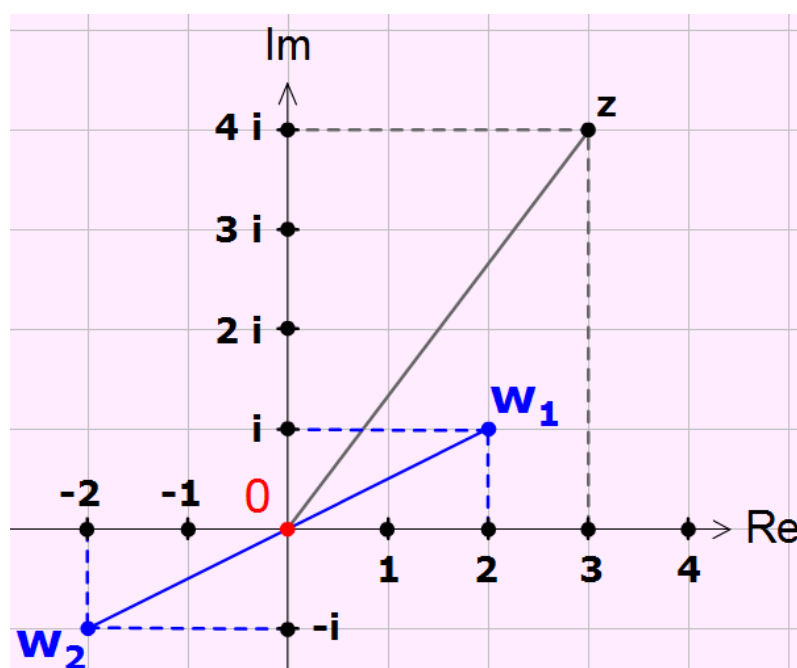


Figure 5 – Racines carrées d'un nombre complexe